IV. Физические категории пространства Пуанкаре

С.Хадеев
www.predtech-physics.ru

Всё представленное далее находится в начальной стадии осмысления или …

(… попытка размышлять в сфере абсолютной абстракции. Я должен констатировать, что мало кто всё написанное далее воспримет иначе, чем галлюцинации. Но у меня нет выбора, именно в этих абстракциях спрятана ИСТИНА)

Поток материи – первичен. И этот поток в процессе своего течения создаёт наш мир.

Замена гравитационного притяжения сначала на поток материи, а затем на сжатие трёхмерной сферы [1], без подготовки, может показаться абсурдом. О чём открыто и было заявлено в одной из дискуссий. Я парировал. Тогда абсурд - общая теория относительности, в которой произведена замена гравитация (силы притяжения) на геометрию кривизны пространства-времени. Абсурд - теория электрослабого взаимодействия, в которой геометрическая симметрия достигается введением калибровочного (силового) поля. Абсурд - большинство современных (похожих на истину) гипотез, построенных на различного рода геометрических интерпретациях различного рода полей.

Поэтому прежде чем приступить к рассмотрению силовых процессов в микромире, повторим некоторые выводы из геометрии, сделанные ранее.

Предел дробности пространства

Физическое пространство. Пространство – самое универсальное физическое определение, но при ближайшем рассмотрении определение пространства распадается на две философские категории, которые условно обозначим как математическое пространство и физическое пространство. Математическое пространство – это “какое-то” абстрактное пространство бесконечной мерности, в котором проистекают “какие-то” процессы и могут быть реализованы любые математические модели. Физическое пространство – это пространство, в котором существует материя во всех её формах? и процессы проистекают именно с материей. То есть для нас, как существ материального мира, пространства, никак не влияющего на материю, просто не существует.

Материя не может существовать без движения, следовательно, она должна выглядеть как поток. Но материя не может течь неизвестно откуда и неизвестно куда, следовательно, она должна течь по замкнутому контуру. Появляется физическая модель математического пространства, в котором по замкнутому контуру происходит течение материи в форме потока, “странным образом” одновременно в двух противоположных направлениях. Именно таким образом поток материи рождает физическое пространство, которое мы и исследуем в своих физических опытах.

Принцип Маха. Принцип Маха в буквальном смысле звучит: “Инертные свойства каждого физического тела определяются всеми остальными телами Вселенной”. В модели потока в многомерном пространстве этот принцип, буквально, означает, что каждый фотон Вселенной является частью единого потока. И что также следует из теории - система отсчета, может быть:

- в потоке, движение вместе с потоком со скоростью света, или система, в которой рассматривается взаимодействие свободных фотонов;
- на сферах сингулярности (“особых” сферах);
- пространство между потоками или взаимодействие между собой элементов массы, фотонных пар, но современная физика воспринимает принцип Маха только в третьем варианте, как его ввёл в мир физики Эйнштейн.

Эйнштейн интуитивно чувствовал, что принцип Маха - что-то большее, но пойти глубже он не мог, в то время принципы многомерия только зарождались.

Парадокс Зенона. Обратимся в своих рассуждениях к философии через закон Зенона, сформулированный ещё древними греками в виде вопроса: “Почему Ахиллес не догонит черепаху?” Несложно понять, что этот вопрос может быть переформатирован как вопрос предела дробности пространства. То есть, если бы пространство не имело предела дробности, то Ахиллес никогда бы в реальном мире не догнал черепаху.

Рассмотрим последовательность взгляда на специальный трёхмерный объект – сжимающийся шар из пространства возрастающей размерности. Трёхмерный шар из четырёхмерного пространства будет выглядеть как сфера, из пятимерного - как окружность, из шестимерного - как две точки (то есть распадается на два самостоятельных объекта). Стоп! Физическая точка имеет конкретный диаметр, следовательно, любая линия имеет “толщину”, а отрезок (интервал) на торцах имеет окружности с двух сторон.

Но, если пространство имеет предел дробности, то, сжимая бесконечную окружность, мы получим не точки, а опять же окружности, вложенные одна в другую, бесконечно малого, но всё же измеряемого диаметра. Приходим к высшей степени странному предположению - окружность в пятимерном пространстве остаётся окружностью и в шестимерном, и в семимерном, и в других пространствах более высоких размерностей (разве что распадается на две).

Как бы мы ни сжимали объект, мы не сможем его сжать размером меньше, чем предел дробности пространства, а, следовательно, если в бесконечно большой окружности в пятимерном пространстве находится множество окружностей меньшего размера, в многомерье они всё равно трансформируются в одну и ту же окружность бесконечно малого (но ещё раз подчеркнём - измеряемого) размера.

Теорема Пуанкаре. На рубеже 19 и 20 го веков не только Эйнштейн искал ответ по выбору дальнейшего развития физики. На мой взгляд, Пуанкаре смотрел гораздо дальше, поэтому, кстати, и не увидел развилку на столбовой дороге (которую разглядел Эйнштейн). Но от его исканий осталась теорема Пуанкаре (которую я переформатирую в рассмотренной только что форме) в виде “в пространстве высших размерностей бесконечно большая сфера и бесконечно малая сфера, вложенные одна в другую, могут быть представлены одним геометрическим объектом”. Иначе можно выразиться: “Все фотоны нашей Вселенной, имеющие бесконечно малый диаметр (первой “особой” сферы), вложенные в бесконечно большой диаметр нашей Вселенной, в многомерии можно представить как один объект”.

Таким образом, мы получаем, что доказательство теоремы Пуанкаре равносильно доказательству того, что наше реальное физическое пространство имеет предел дробности. Доказательство данного факта экспериментально - возможно, например, в представлениях гравитации “особого” рода, но не исключено, что математически (не прибегая к физике) это недоказуемо. Что-то подобное в истории уже было.

В данном геометрическом построении присутствует то, что, позволит увидеть новое качество пространства. В одномерном пространстве сфера не одна, а две точки. Таким образом, бесконечно сжимая сферу и одновременно снижая мерности пространства, мы получим последовательность $S^3 \rightarrow S^2 \rightarrow S^1 \rightarrow S^o = 2$, и распад единого геометрического объекта на два.

Из последних открытий, которые были сделаны совсем недавно - это потоки Риччи. В этой математической технологии главное то, что сжатие трёхмерной сферы в четырёхмерном пространстве приводит к разрывам пространства или к сферам сингулярности в трёхмерном. Причём сингулярности возникают каждый раз, когда радиус становиться диаметром.
Продолжим сжатие до бесконечности и рано или поздно выйдем на сферу сингулярности минимального диаметра, равного пределу дробности пространства и равного диаметру гравитационной точки. То есть, согласно теорем Пуанкаре, любое измерение можно продеформировать в окружность равную пределу дробности пространства.

Добавим в качестве примера, - доказать, что через точку, лежащую вне прямой, можно провести только одну линию в рамках традиционной Евклидовой геометрии - невозможно. Но как только мы начнём рассматривать пространства с кривизной (положительной и отрицательной), обнаруживаем, что при стремлении кривизны пространства к нулю, количество возможных линий также стремится к одной. Связь пятого постулата с предыдущими двумя математическими моделями в том, что если пространству задать бесконечную кривизну, мы также выйдем на предел дробности пространства. При бесконечной кривизне пространство свернётся в сферу минимального диаметра, равного пределу дробности пространства. Так что всё это значит?

Пространство Пуанкаре

Алгебра В.Гамильтона. Разложение на орты любого физико-геометрического объекта - это одно из величайших открытий 19 го века. Но не все заметили два нюанса:

- если в основе любого физического объекта лежит геометрия, то любому скаляру в нашем трёхмерии должен соответствовать какой-то векторный след в пространстве высших размерностей;

-наше пространство - ОРТА пространства высших размерностей.

Почему это важно для теоремы Пуанкаре? Да потому, что бесконечность (в том числе и кривизны) задаётся либо через ноль, либо через деление на ноль (и далее возникает неопределённость). Но ноль - вещественное число, и, следовательно, должен иметь векторный след в пространстве высших размерностей. На этот векторный след (опять же в многомерии) как-то можно воздействовать и затем вводить в наш мир.

И второе: если мы рассматриваем пространство с более чем тремя измерениями, четвёртое, пятое и т.д. могут быть представлены в виде одной орты, или одного измерения. **Дополнительное измерение и дополнительное пространство – это одно и то же.**

Дополним, как известно, для всех алгебраических уравнений степени выше, чем 4, не существует общей формулы решения в радикалах. Это можно трактовать как, то, что в пространстве с размерностью выше, чем 4, возникают неопределенности, приводящие к его распаду. Или мы всегда можем рассматривать пространство только в виде $n = 3+1$ измерений.

Мы видим, как целый ряд математических теорий (а мы здесь привели не все) концентрируются вокруг проблемы предела дробности пространства не в силах её решить методами математики. Поэтому, подобрав необходимые математические инструменты, мы должны перейти непосредственно к физике.

Определение потока. Геометрия физического пространства задаётся по геометрическим измерениям, но для того, чтобы геометрия работала в физическом пространстве, нужны смещения измерений. Несмотря на то, что, метрически, смещение измерения имеет размерность длины, правильнее его воспринимать как силовое воздействие или как воздействие калибровочного поля. Мерность физического пространства, в котором происходит течение потока, задаётся базовым измерением по потоку материи и плоскостью - сечением потока, ортогональным этому самому базовому измерению. Но любое сечение задаётся двумя ортогональными измерениями, следовательно, к базовому измерению по потоку добавляются дополнительно два ортогональных измерения сечения потока. Таким образом, на входе в плоскость - сечение потока возникают три взаимно ортогональных измерения.

Но сечение потока - это не столько геометрический, сколько причинно-следственный аппарат, отделяющий события до и после. Следовательно, сечение потока имеет как бы две поверхности на входе потока и на выходе. Таким образом, выход потока из сечения характеризуется также двумя измерениями, никак не связанными с двумя измерениями на входе в сечение. Для обеих сторон сечения базовый вектор общий, что позволяет в рамках единого физического пространства трём измерениям с одной стороны сечения сформировать физическое надпространство, а с другой стороны - физическое подпространство.

Наиболее подходит для построения сечения потока сфера Пуанкаре как единственная гомологическая трёхмерная сфера, отличная от стандартной сферы и имеющая конечную фундаментальную группу. Надстройка сферы Пуанкаре является четырёхмерным гомологическим многообразием. Двойная надстройка сферы Пуанкаре гомеоморфна стандартной пятимерной сфере. Все эти словосочетания очень близки к идее потока, но… .

Поток материи в одномерном пространстве. Введение потока материи в виде сжатия трёхмерной сферы - это ключевое понятие гравитации “особого” рода. Никто из современных физиков не оспаривает, что скорость потока гравитации имеет скорость света. Представим поток (в виде гравитонов, да чего угодно), который течёт к источнику гравитации со скоростью света через сечение в виде сферы. Формулу подобного потока можно представить как произведение плотности потока (сколько там гравитонов) на квадрат радиуса (площадь сферы) и производную от радиуса (скорость света). Отрешимся от всех элементов потока (гравитонов) и сосредоточимся на падении одного. Увидим, что гравитацию (течение гравитации к источнику) можно представить в виде произведения радиуса в квадрате на производную от радиуса или сжатием трёхмерной сферы в пространстве, имеющем более трёх измерений.

Что собой представляет это пространство, является предметом исследования. Можно исследовать семимерную сферу с её 28 метриками, либо пойти по пути Калуцы, добавив к четырём геометрическим пятое временное измерение и получить весьма интересное пространство Калуцы. Можно пойти путём Клейна и выйти на целую серию многомерных пространств со скрытыми измерениями, что и было сделано во многих десятках тысяч публикаций при разработке струнных теорий. вне потока

Но все эти направления вне потока (по мнению автора) - тупик, все исследования вне потока материи неизбежно приведут в никуда. **В потоке материи - энергия пространства**, без этой энергии, выраженной в настоящей теории через энергетический поток, любая физико-геометрическая модель всего лишь тень реального физического процесса.

В современных теориях эта энергия вводится через принцип относительности, как это сделал Эйнштейн, либо через функцию вероятности, как это сделано в квантовой механике.

Пространство Пуанкаре. Все изложенные выше догадки по устройству материального мира подводят нас к идее физического пространства, которому мы дадим название - пространство Пуанкаре. Это пространство очень схоже с пространством Эйнштейна, предложенным в общей теории относительности, оно также имеет четыре измерения, но на этом их сходство заканчивается. Оба пространства Эйнштейна и Пуанкаре имеют три геометрических измерения плюс одно. Но у Эйнштейна это временное измерение, а в пространстве Пуанкаре - это ещё одно пространство, но представленное одним измерением. Тем не менее, многие математические приёмы, справедливые для пространства Эйнштейна, могут быть использованы и в пространстве Пуанкаре.

Ранее (в полевых гипотезах) сферу Пуанкаре мы получили через расширение одномерного пространства путём введения сечения через произведение дополнительного измерения **q** (ортогонального этому одномерному пространству) на опять же произведения **(q*c)** , в котором **c** совпадает с ортой одномерного пространства. Столь оригинальный способ введения в наш мир сферы Пуанкаре позволяет увидеть её физическую природу.

Пространство Пуанкаре построено на постоянно сжимающейся трёхмерной сфере, в отличие от геометрии пространства Эйнштейна, построенного на гравитационном притяжении объектов массы. Или, иными словами, в пространстве Эйнштейна, нет источников гравитации, нет изменений. В отличие, пространство Пуанкаре меняется само по себе, оказывая влияние, в том числе, и на источники гравитации в нашем мире. Если использовать литературные образы, пространство Эйнштейна - это озеро, а пространство Пуанкаре - река. В пространстве Эйнштейна, если ты покоишься относительно воды, то ты покоишься и относительно берегов, в пространстве Пуанкаре, даже не производя никаких действий, ты будешь перемещаться в пространстве. Таким образом, пространство Эйнштейна статично, а пространство Пуанкаре динамично уже само по себе.

Пространство Пуанкаре рождает наблюдаемый нами трёхмерный мир во всём многообразии и не нуждается в “тёмной” энергии. Пространство Эйнштейна ущербно, оно всего лишь проекция пространства Пуанкаре и ему нужны “подпорки” в виде всякого рода придуманных констант взятых из опыта. Но не стоит обольщаться относительно пространства

Пуанкаре, оно в свою очередь, также проекция физического пространства, которое нам ещё предстоит сконструировать. Для этого нам надо понять, как влияет это дополнительное измерение (пространство) на характер потока в нашем мире.

Метрика (кривизна) двухмерной сферы в трёхмерном пространстве может быть трёх видов Римана (S^2), Лобачевского (H^2) или Евклида (E^2).
Кривизна трёхмерной сферы в четырёхмерном пространстве, кроме уже известных S^3, H^3, E^3, может иметь ещё пять метрик, которые условно можно разбить на две группы. Первая группа метрики прямого произведения $S^2\times R$, $H^2\times R$, и вторая группа сложных метрик SĹ(2,R), Nil, Sol. Далее, если продолжить исследование всех восьми метрик на трёхмерной сфере, можно обратить внимание на SĹ(2,R), трёхмерные группы метрик Nil и Sol и исследовать многие перспективы четырёхмерной геометрии применительно к специальным задачам.

Все эти экзотические метрики для трёхмерной сферы имеют право на существование, но только сфера S^3 является односвязным компактным многообразием, на котором задана стандартная геометрия. То есть только S^3 задаётся точечным объектом (фотоном), все остальные геометрии **реализуются через взаимодействие** двух и более точечных объектов.

Или, если использовать словосочетания современной алгебры, сфера Пуанкаре - единственная гомологическая трёхмерная сфера, отличная от стандартной сферы и имеющая конечную фундаментальную группу. Надстройка сферы Пуанкаре является четырёхмерным гомологическим многообразием. Двойная надстройка сферы Пуанкаре гомеоморфна стандартной пятимерной сфере.

Точечная кривизна пространства Пуанкаре

Вектор и одномерное пространство. Рассматривая вектор в трёхмерном пространстве, мы можем добавить ему качества, свойственные одномерному пространству. Действительно, вектор можно представить в виде прямой замкнутой линии из зафиксированной точки так же, как и одномерное пространство. Причём вектор может быть точкой или линией в трёхмерном и двухмерном пространствах. В одномерном пространстве вектор вырождается в точку.

Так в чём отличие одномерного пространства от вектора? В первую очередь это в ковекторных свойствах. То есть каждой точке одномерного пространства можно поставить набор каких-то чисел, выражающих свойство пространства именно в этой точке. И эти числа могут меняться по мере смещения по вектору, а значит, можно рассматривать их приращение.

То есть можно просматривать ковекторные производные. Приходим к определению: "Если каждой точке вектора соответствует ковектор - это одномерное пространство".

Переходим к своеобразной геодезической линии, которая полностью удовлетворяет вышеприведённым требованиям. Следовательно, геодезическую линию можно представить как одномерное пространство в трёхмерном евклидовом, или в псевдоевклидовом Миньковского.

Так в чём суть представления геодезической линии в виде одномерного пространства? В одномерном пространстве нет контрвариантных производных, только ковариантые, что позволяет нам понять, откуда, вообще, родом ковариантность пространства.

Ранее для одномерного пространства мы вывели связь изменения плотности потока от радиус вектора. То есть, рассматривая базовое смещение измерений $\mathbf{k}$ мы можем рассматривать изменение плотности потока на нём, например, в зависимости от параметров ($\mathbf{r},\boldsymbol{\tau}$), характеризующих пространство и время. Ковариантные свойства потока, как мы определили ранее [3], выражены в формуле:

$$\boldsymbol{\rho'_\tau = (1/\zeta)[(d/dr)(r^2\rho'_r) - \rho],}$$

где $\boldsymbol{\rho}$ – плотность потока материи при её течении в гравитационную точку; $\boldsymbol{\rho'_\tau}$ - первая производная по времени; $\boldsymbol{\rho'_r}$ - первая производная по текущим координатам, $\boldsymbol{\zeta} = (\mathbf{r^2/\chi})$, физическая функция, эквивалентная времени, в течение которого происходят изменения в плотности потока, причём $\chi = \eta/\varphi$, где φ - характеризует способность пространства аккумулировать материю, а η - коэффициент пропорциональности, характеризующий свойства пространства, “проводить” материю.

И, так, мы имеем одномерное пространство течения потока материи, в каждой точке которого ковариантность плотности задана в зависимости от двух параметров $(\mathbf{r},\tau)$ в виде

$$[(d/dr)(r^2\rho'_r) - \zeta\, \rho'_\tau] = \rho(r,\tau) .$$

Осталось совместить векторные и ковекторные свойства пространства в виде произведения

$$S^3\rho(r,\tau) = k[(q*s)+(l*p)]\,[(d/dr)(r^2\rho'_r) - \zeta\, \rho'_\tau],$$

и мы по идее должны получить псевдоевклидовое пространство, но с некоторым, отличием, связанным с тем, что на самом деле пространство содержит семь измерений (в том виде как это было показано ранее).

Добавим, из всего выше сказанного - одномерное пространство может быть продеформировано в окружность равную диаметру дробности пространства; свёрнутое измерение Клейна.

Потоки Риччи. По аналогичной схеме Р.Гамильтон ввёл потоки Риччи, но уже для многомерного пространства. Потоки Риччи описывают в тензорной форме тот же процесс, что и формула представленная выше. При этом модель процесса усложняется, но появляется современный математический аппарат.

Кривизна в пространстве Эйнштейна (риманово неприводимое компактное многообразие M^3,g) задаётся в виде метрики $ds^2 = g_{ij}\, dx^i\, dx^j$, где g_{ij} - метрический тензор. Согласно идее гармоничного потока средней кривизны, предложенной в виде потока Риччи, метрика на римановом многообразии меняется по закону $g_{ij}/d\tau = -2R_{ij}$, где R_{ij} - тензор Риччи, который определяет кривизну многообразия в одномерном направлении (от параметра τ) и вычисляется через коэффициенты метрического тензора и производные до второго порядка.

Таким образом, в потоках Риччи тензор Риччи измеряет одномерную деформацию (кривизну) объёма, то есть отличие n-мерных областей n-мерного многообразия от аналогичных областей евклидового пространства, иначе тензор Риччи показывает искажения в надпространстве, вызванные подпространственными измерениями. Стоп! Значит, тензор Риччи вводит в наш трёхмерный мир дополнительное измерение, а мы этого даже не понимаем.

Точечная кривизна пространства. Вселенная плоская, что противоречит базовым представлениям современной физики. Конечно, причину этого можно искать в уравнениях Эйнштейна очередной раз путая причину и следствия (знаменитый коэффициент Λ, связанный с плотностью материи, то есть в дополнение к имеющимся двум десяткам ввести ещё одну мировую константу), но мы пойдём другим путём, попробуем увидеть неевклидовость трёхмерного пространства через кривизну в многомерии.

Согласно современным представлениям каждая точка пространства может быть характеризована метрическим тензором. Не будем отказываться от сделанных наработок, но договоримся:
-контрвариантными являются смещения измерения;
-ковариантными изменения плотности потока.

Рассмотрим три физические (гравитационные) точки (•)A, (•)B, (•)C, лежащие последовательно и строго на одной прямой в евклидовом трёхмерном пространстве. (•)A и (•)C обмениваются сигналами, например, фотонами. Но (•)B не пропустит фотон, летящий строго по прямой. Для варианта заданной гравитации (•)B и заданных обменных фотонов из (•)A в (•)C попадут только те фотоны, который обогнут (•)B по определённой кривой. Таких вариантов пути движения фотона множество, и все вместе они образуют поверхность гомеоморфную двухмерной сфере.

Варьируя гравитационным притяжением (•)B и обменных фотонов можно получить бесконечное количество гомеоморфных сфер, вложенных одна в другую.

Таким образом, две точки в евклидовом пространстве можно соединить одной кратчайшей прямой. Но если пространство имеет точечную кривизну, как это показано в примере с (•)B, то линия заменяется двухмерной сферой. Стоп! Если (•)A и (•)C имеют размер равный пределу дробности пространства, то мы имеем дело не с двумерной сферой, а с тором вращения.

Введём в оборот идею точечной кривизны пространства Пуанкаре, как форму четырёхмерия в трёхмерном пространстве. Точечная кривизна отличается от кривизны Римана-Лобачевского тем, что она характеризует каждую точку трёхмерного пространства, как абсолютно независимую функцию. Точечная кривизна напоминает свёрнутое измерение Клейна.

И так, пространство в нашем мире представлено виде метрики ds^2, но в пространстве Эйнштейна эта метрика выражается через метрический тензор, а в пространстве Пуанкаре через слоения сферы Пуанкаре. Не будем углубляться в исследования энергетического потока, только отметим, в пространстве Эйнштейна кратчайшее расстояние между точками является одномерная линия, а в пространстве Пуанкаре поверхность, гомеоморфная двухмерной сфере или тору вращения.

Таким образом, при перемещении тестовой (•)A из одной точки трёхмерного пространства (•)B в другую точку трёхмерного пространства (•)C мы должны сначала определить расклад проекций энергетического потока этого объекта в многомерном пространстве в (•) B, затем переместить в (•)C и определить проекции этого объекта в трёхмерье уже в (•) C.

Аналогичным образом производится и взаимодействие двух трёхмерных объектов. Надпространственные и подпространственные взаимодействия производятся одновременно, а затем полученный результат проецируется на трёхмерие.

Добавим, точечную кривизну в наших экспериментах мы не наблюдаем. Точечная кривизна незаметна в макромире именно вследствие, того, что этой точечной кривизной обладает каждая точка пространства, и они, попросту, нейтрализуют друг друга. Именно вследствие этого **пространство плоское**.

Из всех существующих физических моделей ближе всего к точечной кривизне - модель энергии вакуума. Точечная кривизна проявляется через гравитационные флуктуации, интенсивность которых возрастает пропорционально уменьшения объёма, а, следовательно, становится определяющей в микромире.

Слоение пространства Пуанкаре

Гипотеза расслоения трёхмерной поверхности. Выскажем предположение; сжатие трёхмерной сферы приводит к её расслоению на произведение сфер низших размерностей $S^3 = S^2 \times S^1 \times S^0$, где $S^3 =$ **k*q*s + l*p*k** - трёхмерную поверхность (сферу) можно представить через произведение одномерной сферы - в виде смещения измерения **k** , на сумму двух двумерных поверхностей **[(q*s)+(l*p)]**.

Данная запись будет в полном виде выглядеть как

$$S^3 = S^2 \times S^1 \times S^0 = k[(q*s)+(l*p)].$$

Эта векторная конструкция была получена нами ранее и отражает геометрию “пятимерного вихря” и её можно представить как две двухмерные абсолютно одинаковые сферы, нанизанные на одномерную.

Не трудно вычислить, что, сжимая трёхмерную сферу площадью $S^3 = 2\pi^2R^3$, её поверхностью накроем две двумерные сферы площадью $S^2 = 4\pi r^2$, нанизанные на одномерную сферу площадью $S^1 = 2\pi r$, только в случае $r = R/2$. Мы видим, что после начала сжатия система придёт в равновесие при

$$S^3(R)=S^2(R/2) \times S^1(R/2) \times S^0.$$

Или, при нарушении равновесия трёхмерной сферы радиуса R она коллапсирует в сдвоенную двухмерную сферу, нанизанную на одномерную, радиусы которых равны R/2.

Сечение Риччи. Но к чему в нашем реальном мире приводит введение точечной кривизны пространства. Действительно, если S^3 - есть сфера радиуса r при t = 0, то эта система уравнений имеет решение, и метрика остаётся метрикой сферы радиуса r(t), где

$$r^2(t) = r^2 - 2(n - 1)t$$

и сфера “схлопывается” в точку при $t \rightarrow T = r^2/2(n-1)$, то есть мы наблюдаем сингулярности (при n = 3) каждый раз, когда $t \rightarrow T = (r/2)^2$. Дадим этим сферам определение сечения Риччи.

Сингулярности упираются в потоки Риччи, то есть сингулярности - это и есть резонансные уровни (“особые” сферы). Именно к таким выводам можно прийти, сжимая трёхмерную сферу с использованием потоков Риччи. Возникает идея, что “хирургия” использованная Перельманом для доказательства теоремы Пуанкаре может быть использована и для описания течения потока (сжатия) в гравитационную точку.

Закон Ферма. Известно тождество $b^a+c^a=d^a$, где a = 0, 1, 2, но никак не более. Существует догадка, что доказательство этой теоремы находится в области многомерной геометрии. Первый, кто обратил внимание на эту формулу в плане её геометризации, был Ферма. Поэтому назовём это правило (на самом деле никакого отношения к Ферма не имеющего) - законом Ферма. Но не будем увлекаться её доказательством, а так же, как и в случае с теоремой Пуанкаре, возьмём только её геометрическую суть.

Две точки на сфере или в шаре можно соединить одной линией, которая будет являться кратчайшим путём. Две точки шара с точечной кривизной можно соединить множеством линий, которые сами по себе образуют поверхность. То есть, мы пришли к выводу, что точечная кривизна эквивалентна вводу дополнительного измерения.

Согласно всему вышесказанному линия наименьшего действия в пространстве Пуанкаре - это поверхность, точнее цилиндр, суженный с двух сторон до предела дробности пространства. Или две точки на трёхмерной сфере Пуанкаре соединяет двухмерная сфера с двумя отверстиями, равными пределу дробности пространства, но в данной модели точечные отверстия двухмерной сферы накрыты поверхностью трёхмерной.

Получается, что конечный отрезок в трёхмерном мире превращается (согласно теореме Пуанкаре) в бесконечную сферу в четырёхмерном. Без учёта предела дробности пространства получаем парадокс, который имеет прямое отношение к закону Ферма. То есть, топологически, конечный объект в трёхмерии превращается в бесконечный в четырёхмерии.

То есть, только в проекциях трёхмерного пространства существует понятие единственности интервала, в проекциях пространств более высоких размерностей между двумя точками можно провести бесконечное количество линий - нет единственного решения, а следовательно, решения нет в принципе.

Приведём для анализа интересную логику, привязанную к снижению размерности на два порядка в виде:
- объём шаров различной мерности представим для первой $V1 = 2R$; для второй $V2 = \pi R$; для третьей $V3 = 4\pi(R)^3/3$ и т.д;
- поверхность сферы различной мерности представим для первой $S1 = 2$; для второй $S2 = 2\pi R$; для третьей $S3 = 4\pi(R)^2$ и т.д.

Если продолжить этот ряд, следует крайне интересное заключение $V(n-2) = S(n)/S(2)$ или $S(n) = S(2)V(n-2)$, **объём и поверхность сферы в многомерии связаны через второй порядок.**

Слоения Хопфа

Расслоение Хопфа. И так, мы пришли к выводу, что на трёхмерной сфере Пуанкаре расстояние между точками - это поверхность гомеоморфная двумерной сфере или тору вращения. Проведём исследования сечения трёхмерной сферы в виде расслоения Хопфа как простейший пример поворота в многомерии, приводящий к возникновению поверхностей с бесконечной кривизной.

Попробуем вслед за некоторыми авторами провести некие математические действия с целью увидеть, что-то новое в геометрии трёхмерной сферы.

Возьмём сферу S^3 в C^2. Сфера S^3 единичного радиуса в четырёхмерном пространстве - это множество точек, находящихся на единичном расстоянии от начала координат. Если это вещественные координаты Xq, Xs, Xl, Xp, то она будет задана уравнением

$Xq^2 + Xs^2 + Xl^2 + Xp^2 = 1$.

Но мы можем думать о паре (Xq, Xl) как о комплексном числе $Zql = Xq + iXl$, а о паре (Xs, Xp) как о комплексном числе $Zsp = Xs + iXp$. Тогда сфера представится как множество комплексных пар (Zql, Zsp) так, что $|Zql|^2 + |Zsp|^2 = 1$.

Сразу напрашивается предложение изобразить S^3 в виде

$|Zql|^2 + Xs^2 = 1$; $|Zql|^2 + Xp^2 = 1$, или в виде $|Zsp|^2 + Xq^2 = 1$; $|Zsp|^2 + Xl^2 = 1$.

Несмотря на то, что S^3 имеет четыре отображения, мы всё же имеем дело с двумя подпространствами, просто мы их наблюдаем в одном случае по потоку, в другом против потока. Или, в одном случае берём правую, в другом случае левую тройку орт. Эта последовательность четырёх отображений может быть также представлена в виде четырёх поворотов (как было показано в сборнике гипотез) $k\ k\ k\ k = 1$, в результате которых поток совершает полный поворот в пространстве.

Таким образом, четырёхмерную сферу можно рассматривать как единичную сферу на плоскости комплексной размерности 2. По аналогии, можно изображать сферу S^3 окружностью на плоскости, но эта плоскость комплексная, а Zql, Zsp - комплексные числа. В частности, координатная ось $Zsp = 0$ - это комплексная прямая, то есть **вещественная плоскость, которая пересекает нашу сферу по множеству точек** (Zql, 0), где $|Zql|^2 = 1$, по обыкновенной окружности S^1.

Это правило справедливо и для оси $Zql = 0$, а также для любой проходящей через 0 комплексной прямой $Zql = \alpha Zsp$, где α - комплексное число, или размножим количество сечений.

Таким образом, **каждое комплексное α задаёт комплексную прямую, которая пересекается со сферой по окружности**. То есть каждому комплексному числу α соответствует лежащая в S^3 окружность. Правда, прямая $Zql = 0$ не задаётся в виде $Zsp = \alpha Zql$, и мы будем считать её соответствующей $\alpha = \infty$ (равной бесконечности). Это, как бы, крайний предел, который как бы прибавляется к комплексным числам по правилу $\alpha = \infty$.

Теперь вся сфера S^3 заполнена окружностями, по одной на каждое комплексное число и бесконечность - иными словами, им сопоставлены точки двумерной сферы S^2. Никакие две окружности с разными значениями α не пересекаются. **Это разбиение трёхмерной сферы на окружности называется расслоением Хопфа.**

Гомотопия отображений. Рассмотрим отображения между топологическими пространствами Ψ и Ω. Возьмём пример, когда Ψ и Ω - это сферы размерностей n и r, соответственно, при этом ограничимся отображениями непрерывными, то есть такими, для которых образ f(x) мало меняется при достаточно малом изменении x. Так, например, функция, сопоставляющая вещественному числу x число 1, если x отлично от нуля, и -1 иначе, не является непрерывной, поскольку она резко меняет свойства в точке 0. Но отображение, ставящее в соответствие вещественному числу x его квадрат, непрерывно, потому что, если мы немного изменим число, то его квадрат изменится немного. Основная задача топологии - это изучение непрерывных отображений между топологическими пространствами, например, между сферами.

Допустим, что даны два отображения f_0 и f_1 из сферы S^n в сферу S^r. Они гомотопны, если одно из них можно продеформировать в другое. То есть, существует семейство отображений f_1, зависящих от параметра t, меняющихся от 0 до 1, которое соединяет f_0 с f_1. Это означает, что всякой точке x сферы S^n и всякому числу t от 0 до 1 мы можем сопоставить точку $f_1(x)$, непрерывно зависящую от x и от t, так, что при $t = 0$ получается f_0, а при $t = 1$ получаем отображение f_1. Например, отображение $f : S^1 \to S^2$ - замкнутая кривая на двумерной сфере.

Пусть f_0 переводит все точки S^1 в северный полюс S^2 - такое отображение называется постоянным. А отображение f_1 пусть, к примеру, переводит S^1 в экватор сферы S^2. Доказать, что и гомотопны - это показать, как экватор может непрерывно продеформировать в северный полюс или любые два отображения S^1 в S^2 гомотопны, или все кривые на сфере S^2 гомотопны постоянной кривой, или сфера S^2 односвязна. Согласно теореме Пуанкаре то же самое верно и для сферы S^r, где $r \geq 2$.

Отображение S^1 в S^1 это способ перевести каждую точку окружности в какую-нибудь, возможно, другую точку окружности, - в некотором смысле это замкнутая кривая на окружности. У такого отображения есть степень - это просто количество полных оборотов "вокруг окружности", которые делает кривая. Кривая, соответствующая постоянному отображению, вообще не делает нм одного оборота, и её степень равна 0. Тождественное отображение, которое каждую точку переводит в себя, разумеется, делает один оборот и его степень равна 1.

Отображение, которое каждое комплексное число, равное единице по модулю, переводит в его квадрат, - удваивает аргумент. Поэтому, когда число пробегает окружность, его квадрат пробегает её два раза , и степень получается равной двум. Данное положение, также, можно трактовать - **в пространстве C^2 радиус вещественной сферы равен диаметру комплексной, или**

$Xq^2 + Xs^2 + Xl^2 + Xp^2 = Yq^2 + Ys^2$, где $Y = 2X$.

Деформация Хопфа. Напомним, если Ψ и Ω - два множества, то отображение, обычно обозначающееся $f : \Psi \to \Omega$ - это правило по которому каждому элементу Ψ сопоставляется элемент Ω. Например, можно рассмотреть отображение Хопфа $f : S^3 \to S^2$, сопоставляющее точке (Zql, Zsp) сферы S^3 точку Zql/Zsp сферы S^2.

Но поясним, точка S^3 является точкой двумерного комплексного пространства, следовательно, может быть задана парой комплексных координат (Zql, Zsp). Спроецируем сферу S^3 на (трёхмерное) касательное пространство в точке, противоположной точке проецирования (северному полюсу). Конечно, может так случиться, что окружность проходила через северный полюс, тогда её проекцией будет прямая (окружность, "потерявшая точку", которая убежала на бесконечность!).

Сначала мы видим одну окружность расслоения, соответствующую меняющемуся значению α. Тогда точка α перемещается по сфере S^2 (комплексная плоскость с бесконечно удалённой точкой), и мы видим, как окружность перемещается в пространстве, иногда становясь прямой, когда α проходит через точку бесконечности. **Если взять сразу две окружности, соответствующие разным значениям α, то можно увидеть, что эти окружности сцеплены между собой и их нельзя разделить не разрывая.**

То есть, **невозможна непрерывная деформация отображения Хопфа в постоянное**, **поскольку любые два слоя (а это окружности) зацеплены между собой.** Далее, количество "сцепленных", попарно непересекающихся окружностей можно увеличить до бесконечности в соответствии каждому числу α.

Трёхмерная сфера гомеоморфна тору. Что бы лучше понять то, что происходит в $f : S^3 \to S^2$, рассмотрим параллель (множество точек на одной широте) r в S^2 и её прообраз под действием f - множество точек сферы S^3, переходящих под действием f лежит в точке r.

Когда параллель r очень близка к полюсу S^2, и, соответственно, является очень маленькая окружностью, прообраз r это маленькая "трубка", лежащая в окрестности слоя, соответствующего полюсу. Когда параллель r постепенно расширяется до экватора, а затем сжимается, подходя к противоположному полюсу, - "трубка" сначала увеличивается , а потом опять уменьшается, становясь опять очень маленькой. Эти трубки лежат в S^3 - но мы видим только их стереографические поверхности на наше пространство, поэтому диаметр трубки не имеет значения. Важно другое, - это тор вращения. То есть расслоение Хопфа на трёхмерной сфере - это тор вращения или (что тоже самое) поверхность гомеомофная тору вращения.

Тор вращения - четыре окружности. На торе вращения присутствует два семейства окружностей: меридианы и параллели. На сфере меридианы отличаются от параллелей тем, что проходят через оба полюса, у тора полюсов, и вообще точек пересечения меридианов нет. Поэтому для тора мы можем называть меридианами окружности на плоскостях, содержащих ось вращения, а параллелями окружности на плоскостях перпендикулярных оси вращения.

Но на торе вращения можно провести и другие окружности. Проекция Хопфа: в комплексных координатах, она переводит точку сферы S^3 с координатами (Zql, Zsp) в точку α в точку Zql/Zsp сферы S^2. Зафиксировать параллель, на которой лежит точка, соответствующая комплексному числу α, это тоже самое, что зафиксировать его модуль. Значит, представление параллели при отображении Хопфа будет задаваться уравнением |Zql/Zsp|=const.

Например, мы можем выбрать эту константу равную 1, и получится, что Zql и Zsp имеют одинаковые модули. Если не забывать, что $|Zql|^2+|Zsp|^2 = 1$, получаем модули Zql и Zsp равными $\sqrt{2}/2$. Таким образом, получаем, что представление параллели состоит из всех точек (Zql, Zsp), где Zql и Zsp произвольно выбирают на окружности радиуса $\sqrt{2}/2$. То есть, представление параллели может быть отображено двумя углами (аргументами Zql и Zsp) и является тором.

Если зафиксировать Zql, получится окружность в S^3, если зафиксировать Zsp, то получится другая, но для вложенного в четырёхмерное пространство тора уже нельзя определить, что есть параллель и что есть меридиан. Можно показать, что когда мы спроецируем этот тор на трёхмерное пространство из Северного полюса (с координатами 0,1) получится не просто тело, гомеоморфное тору, но и действительно, тор вращения. Ось вращения. Можно понять, что ею будет проекция, проходящая через Северный полюс окружности Хопфа, и эта проекция прямая. Таким образом, мы можем видеть тор вращения, как прообраз параллели под действием отображения Хопфа.

Получаем следствие: для каждой точки выбранной параллели, соответствующая ей окружность Хопфа,- лежит на торе вращения. Таким образом, мы на торе вращения нашли новые окружности.

Поворот потока. Предположим, что тор вращения получен проектированием комплексной окружности |Zql|=1; |Zsp|=1 из Северного полюса (0,1). Рассмотрим отображение, переводящее точку (Zql, Zsp) в (ω Zql, Zsp), где ω - комплексное число, по модулю равное единице. Так как модули Zql и Zsp не меняются, то отображение сохраняет сферу S^3. Точки вида (0, Zsp) остаются неподвижными; поэтому это отображение - вращение четырёхмерного пространства вокруг комплексной прямой Zql=0. Так как она проходит через Северный полюс (0,1), её стереографическая проекция это не окружность, а прямая.

Таким образом, после стереографической проекции эти отображения (зависящие от параметра ω) оказываются ничем иным, как поворотами нашего пространства вокруг некоторой оси. Но эти преобразования сохраняют также и наш тор вращения, поскольку прямая Zql=0 переходит в его центральную ось. Поэтому, параллель, проходящая через (Zql, Zsp), это множество точек вида (ω Zql, Zsp), где ω пробегает равные по модулю единице комплексные числа. Аналогично, меридиан, проходящий через (Zql, Zsp) - множество точек вида (Zql, ω, Zsp).

Окружность Хопфа, проходящая через точку (Zql, Zsp) - это множество точек вида (ωZql, ωZsp), (заметьте, что одновременное умножение Zql и Zsp на ω не меняет их отношение Zql/Zsp, поэтому все точки под действием f переходят в одну и ту же точку и, следовательно, принадлежат одному слою). Через каждую точку мы также можем провести “симметричную” окружность, состоящую из точек вида (ωZql, ω^{-1}Zsp).

Таким образом, через каждую точку на торе вращения можно провести четыре окружности: меридиан, параллель, окружность Хопфа и симметричную её. Эти окружности, обычно, называют в честь Вилларсо - окружности Вилларсо. Если тор вращения рассекается бикасательной плоскостью, то сечение оказывается состоящим из двух окружностей.

Возникновение сингулярностей Хопфа. Заданную поверхность в трёхмерном пространстве можно рассматривать как поверхность в S^3, добавив бесконечно удалённую точку. Так как S^3 вложена в четырёхмерное пространство, на неё можно воздействовать вращением этого пространства и затем стереографически спроецировать обратно на трёхмерное пространство. Получится поверхность, напоминающая исходную, но отличная от неё. Если начать с тора вращения, то будут получаться поверхности называемые циклидами Дюпена.

Применяя вышеописанную процедуру к тору вращения, мы увидим, как получающиеся циклиды Дюпена постепенно - при изменении угла поворота четырёхмерного пространства - деформируются. В определённый момент, когда поверхность проходит через полюс проекции, циклида проходит через БЕСКОНЕЧНОСТЬ - и затем возвращается обратно, к своей исходной форме. Однако, параллели и меридианы поменялись местами - тор вывернулся наизнанку.

Сфера Берже. Рассмотрим S^3 как сферу в комплексном пространстве C^2. На ней действует $S^1 \subset C$ комплексными умножениями. Таким образом, на $R \times S^3$ можно построить изометрическое действие $R \times S^1$ с помощью комплексных поворотов S^3 и сдвигов по R. В $R \times S^1$ есть однопараметрическое семейство подгрупп $R\alpha$ изоморфных R, с элементами типа $(t, e^{\alpha\tau}) \in R \times S^1$. Фактор $R \times S^3$ по действию $R\alpha$ диффеоморфен S^3, но индуцированная риманова метрика g_α на нём отличается от стандартной. Полученное риманово многообразие (S^3, g_α) называется сферой Берже.

Приведём определение: **"**Сфера Берже - однопараметрическое семейство римановых многообразий (так же, как и потоки Риччи) диффеоморфных трёхмерной сфере, полученные сжатием стандартной метрики на трёхмерной сфере вдоль расслоений Хопфа."

Для сферы Берже по определению характерны следующие свойства:

- кривизна g_α положительна;

- при $\alpha \to \infty$ пространство (S^3, g_α) коллапсирует к стандартной 2-сфере S^2 радиуса ½ ;

- при $\alpha \to \infty$ тензор кривизны (S^3, g_α) сходится к тензору кривизны пространства $R \times S^2_{1/2}$;

- на сфере Берже, окружности в расслоении Хопфа образуют двупараметрическое семейство замкнутых геодезических, которые при достаточно больших α являются стабильными, то есть нельзя добиться уменьшения их длинны небольшими шевелениями.

Заключение или постановка задачи для дальнейших исследований

Приведём сухой остаток из вышеприведённого набора математических терминов.

1.Наше пространство имеет предел дробности, которым является диаметр гравитационной точки (первой "особой" сферы). Не исключено, что этот предел равен планковской длине. Следовательно, каждая физическая точка - это окружность определённого диаметра, линия - это бесконечный цилиндр, а отрезок – это цилиндр (с двумя сечениями) гомеоморфный тору вращения.

2. Введено понятие пространство Пуанкаре, то есть пространства с мерностью 3+1 в котором роль дополнительного измерения выполняет другое симметричное пространство.

3. Показано, что такое пространство обладает точечной кривизной отличной от кривизны Риччи. То есть расстояние между двумя точками в нём не линия, а тор вращения (цилиндр) с отверстиями равными пределу дробности, или, что для такого пространства интервал ds^2 тождественен метрике H^2.

4. Сечение такого пространства даёт слои выраженные формулой $\mathbf{S^3 = S^2 \times S^1 \times S^0 = k[(q*s)+(l*p)]}$. Или, слоение пространства может порождать три варианта метрик, которые мы обозначим как нулевую $\mathbf{S^2 \times S^1}$, первую $\mathbf{S^2 \times S^0}$ и вторую $\mathbf{S^1 \times S^0}$. Слоение вдоль нулевого пространства даёт нам одну из восьми стандартных метрик для трёхмерной сферы

$\mathbf{S^2\times S^1 \equiv H^2\times R}$. Слоение вдоль одномерного пространства (по базовому измерению $\mathbf{k}$), даёт нам “особую” сферу или распад двумерной сферы на над- и подпространственные проекции $\mathbf{S^2\times S^0 \equiv [(q*s)+(l*p)]}$. Слоение вдоль двумерной сферы даёт нам двумерную геометрическую конструкцию, задаваемую двумя окружностями, каковой является тор вращения или “тахионная сфера”.

5.Если представить четырёхмерное пространстве 3+1 в виде двумерной комплексной плоскости, то на торе вращения (проекции S^3 на трёхмерное пространство) кроме меридианов и параллелей можно разглядеть окружности Хопфа и симметричные им. Таким образом, восьми метрикам пространства Пуанкаре соответствуют двумерные поверхности, образуемые, как минимум, четырьмя видами окружностей. Что существенно расширяет перечень возможных проекций пространства Пуанкаре в нашем трёхмерье.

6.Сингулярности приходят к нам из трёхмерной сферы, но в нашем пространстве реализуются на двумерных поверхностях образованных слоениями сферы Пуанкаре. Например, трисфера S^3 радиуса r уровня n +1 в процессе течения потока коллапсирует в двусферу S^2 радиуса r/2, также как и в случаях потоков Риччи. На этой поверхности рождается трисфера уровня n и процесс течения потока повторяется. Возникает идея, что на каждой “особой” сфере поток в нашем трёхмерии “умирает” и “рождается” вновь, чтобы умереть на следующей “особой” сфере. Вариантом такого “схлопывания” может служить сфера Берже, в которой точечная кривизна введена в виде $(t, e^{\alpha\tau})$.

7.До сих пор мы рассматривали только два вида топологические сингулярностий на проекциях трёхмерной сферы “особые” сферы и “тахионные сферы”. Для перехода к следующему этапу исследований (алгебраическим группам на проекциях трёхмерной сферы) необходимо, видимо, расширить перечень подобного рода физико-геометрических конструкций, что, в конечном счете, должно нас привести к алгебраическим группам SU(2)→SU(3) → SU(6) →SU(n) и к стандартной модели. Впрочем, стандартная модель двойственна - она уже использует математический аппарат, который независимо от исследователя вводит в систему многомерное пространство и гравитацию (через сжатие сферы), а, следовательно, поток в не зависимости от желания самих исследователей.

Ссылки:
1. I. Философия гравитации “особого” рода.
2. II.Многомерное пространство – продукт течения потока материи.
3. III. Многомерная физика.